

# 라만증폭기의 효율적인 성능분석을 위한 라만방정식의 적분형 전개와 수치해석 알고리즘

최락권<sup>†</sup>

KT 마케팅연구소 디지털미디어개발팀 IP미디어개발실  
☎ 137-792 서울시 서초구 우면동 17번지

박재형 · 김필환 · 박종한 · 박남규

서울대학교 전기·컴퓨터공학부 광통신시스템연구실  
☎ 151-742 서울시 관악구 신림동 산56-1 번지

(2004년 6월 17일 받음, 2005년 6월 13일 수정본 받음)

본 논문은 효율적으로 라만 증폭기의 이득을 예측하고 잡음 특성을 분석하기 위해서 라만 증폭기 상관된 상미분방정식 (Ordinary Differential Equation: ODE)을 유효거리(Effective Length) 기반의 상관된 적분형(closed integral form)방정식 및 매트릭스로 전개하고 이 전개를 활용한 라만 증폭기 모델링 및 수치해석 알고리즘을 기술한다. 광섬유 라만 증폭기는 유연하고 넓은 이득 대역폭 및 낮은 잡음 등의 장점 때문에 최근 광통신 시스템에서 핵심기술로 각광받고 있으며, 특히 멀티채널 펄핑구조에서 성능예측을 위해 많은 라만 증폭기 모델링 방법들이 연구되어 왔다. 그러나 기존의 많은 연구들은 라만 증폭기 상관된 상미분방정식의 해를 “fiber propagation axis”를 기반으로 구해왔기 때문에 광섬유 길이에 의존적이고 복잡한 계산으로 상당히 많은 시간이 필요했으며, 실제 전송 시스템에서의 활용이 어려웠다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 본 논문에서는 기존의 상관된 상미분방정식을 접근이 용이한 “유효거리” 기반의 적분형 방정식으로 전개하고 매트릭스 및 벡터 형태로 알고리즘을 공식화하여 빠른 라만 이득 계산과 “iteration axis”를 이용한 해의 도출을 통해 새로운 라만 증폭기 모델링 방법과 수치해석 알고리즘을 제시하였다. 제한한 수치해석 알고리즘을 전방, 후방 및 양방향 펄핑구조의 라만 증폭기가 도입된 시스템에 적용하는 컴퓨터 모의실험을 수행한 결과 기존의 “Average power method와 비교하여 라만 이득과 광선로 내의 펄프 및 신호 광의 진행정도를 18배 이상의 정밀도에서 0.03 dB 이내의 매우 작은 오차범위 및 100배 이상 단축된 짧은 시간으로 정확히 예측하였다. 또한, 수치해석 알고리즘을 통해서 얻은 신호 광 파워의 분포를 바탕으로 Amplified Spontaneous Emission(ASE), 후방 ASE의 레일레이 산란 및 신호의 이중 레일레이 산란과 같은 라만 증폭기 잡음 요소들을 분석하였다. 새롭게 제안한 수치해석 알고리즘은 실제 광통신 시스템에 적용되어 신속하고 효율적으로 라만 증폭기 성능을 예측하고 분석할 수 있을 것으로 기대된다.

주제어 : Optical amplifier, Raman amplifier, Raman Gain, Algorithm, Modeling.

## I. 서 론

기존의 광통신 시스템 및 네트워크는 Wavelength Division Multiplexing(WDM)기술과 Erbium Doped Fiber Amplifier(EDFA)의 활용을 통해 정보전송량에 대한 요구를 충족시켜왔으나 최근 정보통신량의 급증으로 더 많은 채널과 더 넓은 전송대역폭을 필요로 하면서 라만 증폭기에 대한 관심이 증대되고 있다.<sup>[1]</sup> 특히, 광섬유 라만 증폭기가 도입된 시스템에서 최적의 시스템 설계를 위해 라만 증폭기의 이득과 잡음 특성을 예측하고 미리 분석하는 것은 매우 중요하다. 이에 따라 전체 광통신 시스템을 구성하기에 앞서 라만 증폭기의 성능을 사전에 살펴보기 위한 펄프 광 사이의 상호작용 모델링 및 Average power method 등의 다양한 라만 증폭기 모델링 및 수치해석에 관한 연구들이 진행되어 왔다.<sup>[2,3]</sup> 그러나 기존의 연구들은 전체 광섬유를 작은 구간으로 나누어 각 구간에서의 초기 및 경계조건이 만족될 때까지 각 지점의 파워를 끊임없이 구하는 “fiber propagation axis”기반의 접근 방법을

따르기 때문에 성능 예측에 있어서 광섬유 길이에 의존적이고 복잡한 계산 량 때문에 상당히 많은 시간이 소요되어 실제 시스템에서의 적용이 어려웠다.

이러한 문제점을 극복하기 위해 본 논문에서는 최근 본 연구실에서 진행되어온 라만 이득 최적화를 위한 펄프 광의 구성 방법에 관한 연구를 활용하여 라만 증폭기 상관된 상미분방정식을 유효거리(Effective Length) 기반의 적분형 방정식으로 전개하고,<sup>[4]</sup> 이를 발전시켜 적분형 라만 방정식과 라만 이득을 매트릭스와 벡터로 유도하고 공식화했다.<sup>[5]</sup> 또한 라만 이득을 변수로 사용하여 전체 광섬유 길이를 하나의 요소로 간주하고 반복적으로 보다 정확한 해를 구하는 “iteration axis” 접근 방법을 고안하여 사용함으로써 광섬유 전체 구간에서의 신호 광과 펄프 광의 파워 및 라만 이득을 18배 이상의 정밀도에서 0.03 dB 이내의 매우 작은 오차범위 및 100배 이상 단축된 짧은 시간으로 구하였다. 그리하여 실제 광통신 시스템에서도 광섬유 라만 증폭기의 이득을 효율적으로 예측하고 분석할 수 있는 모델링 방법과 수치해석 알고리즘을 도출하였다.

<sup>†</sup>E-mail: nkpark@plaza.snu.ac.kr

## II. 이론적 배경

### 2.1. 광섬유 라만 증폭기의 유도라만 산란

라만 산란은 주파수  $\nu_p$ 를 갖는 photon이 광섬유 내의 분자에 의해서 산란되는 현상으로, 그림 1처럼 운동에너지를 방출하면서 본래의 주파수보다 낮은 주파수  $\nu_s$ 로 전이되는 현상이다.<sup>[6]</sup>

라만 산란은 크게 입사된 빛의 약  $10^{-6}$ 정도가 낮은 주파수로 산란되는 자발 라만 산란과 약 10% 정도가 산란되는 유도라만 산란(Stimulated Raman Scattering(SRS))으로 나뉘게 된다. SRS의 경우, 그림 1처럼 주파수  $\nu_s$ 를 갖는 photon이 주파수  $\nu_p$ 를 갖는 photon을 자극하여,  $h\nu$  에너지를 가진 optical phonon을 생성하고, 자기 자신과 동일한 주파수( $\nu_s = \nu_p - \Omega$ , 위상, 방향을 갖는 새로운 photon을 형성하므로, 이러한 현상을 이용해서 광통신에서 광섬유 레이저나 신호를 증폭할 수 있는 광섬유 증폭기로 활용된다.<sup>[6]</sup>

### 2.2. 광섬유 라만 증폭기의 원리와 이득

그림 1에서  $\nu_p$ 에 해당되는 wave를 펌프 광,  $\nu_s$ 에 해당되는 wave를 신호 광으로 생각하면, 2.1에서 설명한 유도라만 산란에 의해서 펌프 광으로부터 신호 광으로 에너지가 전이되어 신호 광이 증폭된다. 이러한 원리를 이용하여 광섬유 내에 강한 펌프 광 또는 여러 펌프 광을 주입하여 신호 광을 증폭시키는 것이 광섬유 라만 증폭기이다. 펌프 광과 신호 광의 편광상태가 동일할 때 fused silica 계열의 광섬유에서 라만 이득 스펙트럼은 그림 2와 같다. 그림 2에서 알 수 있듯이 라만 이득 대역은 40 THz 이상의 넓은 대역폭에서 형성되며, 최고 이득은 13.2 THz정도 전이된 지점에서 이루어진다. 즉, 1500 nm 대역의 통신 영역에서 13.2 THz는 약 100 nm를 나타내므로, 만약 펌프 광이 1450 nm 정도일 때 이득 대역은 약 1550 nm 정도에서 최고로 형성된다.<sup>[6]</sup>

광섬유 라만 증폭기는 넓은 이득 대역폭을 갖고, 펌프 파장에 따른 이득 대역폭의 유연성을 가지며, 서로 다른 파장의 펌프를 같이 사용하여 더욱 넓은 대역의 이득을 얻을 수 있을 뿐 아니라 전송 매질을 이득 매질로 사용하여 Optical Signal to Noise Ratio(OSNR)을 향상시킬 수 있는 저 잡음 특성 등의 장점이 있다.<sup>[1,7]</sup> 그러나 광섬유 라만 증폭기가 비선형 현상인 SRS를 이용하기 때문에 충분한 이득을 얻기 위해 고출력 파워의 펌프 광이 필요하고, 펌프 광과 신호 광

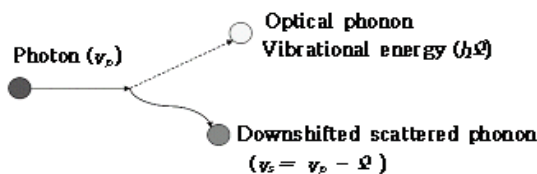


그림 1. 광섬유 라만 증폭기의 라만 산란.

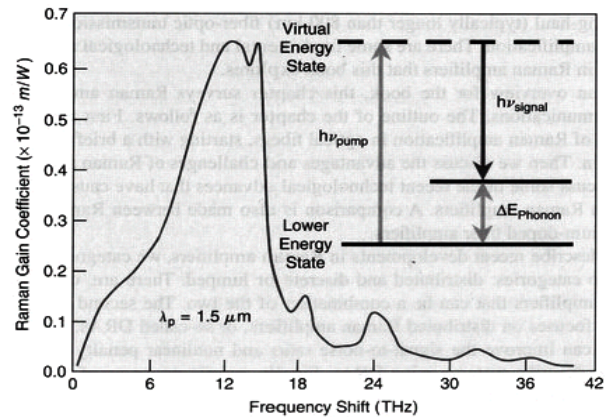


그림 2. fused silica에서의 라만 이득 곡선.

사이의 편광상태에 따른 라만 이득 정도가 심하게 다르기 때문에 라만이득을 최대로 얻기 위해서 동일한 편광상태가 유지되도록 해야 한다.<sup>[6]</sup> 이러한 단점을 극복하기 위해 최근 들어 고출력 펌프가 나오며, 광섬유의 유효 면적을 줄이거나,<sup>[7]</sup> 멀티채널 펌프 사용 및 광섬유의 길이를 길게 함으로써 같은 펌프 파워로 큰 이득을 얻는 방법들이 제시되고 있다.

펌프 고갈이 일어나지 않는 영역에서 신호 및 펌프 광이 모두 동일한 편광상태에 있다고 가정할 때, 신호 광과 펌프 광 사이의 상호작용은 아래의 상관된 상미분 방정식으로 표현된다.<sup>[8]</sup>

$$\frac{dP_s}{dz} = -\alpha_s P_s + \frac{g_R}{A_{eff}} P_p P_s \quad (2.1)$$

$$\frac{dP_p}{dz} = -\alpha_p P_p - \frac{\omega_p}{\omega_s} \frac{g_R}{A_{eff}} P_s P_p \quad (2.2)$$

여기서 흡수 계수인  $\alpha_s, \alpha_p$ 는 각각 주파수  $\omega_s, \omega_p$ 에서의 광섬유 손실을 나타내며, 방정식의 해를 소 신호(small signal)에 대해서 풀기 위해, 펌프 광의 고갈을 나타내는 식 2.2의 우측 두 번째 항을 무시하면, 신호 광의 파워는 다음과 같이 풀어진다.

$$P_s(z) = P_s(0) \exp\left(\frac{g_R}{A_{eff}} P_p(z)L_{eff} - \alpha_s z\right) \quad (2.3)$$

$L_{eff} = [1 - \exp(-\alpha_p L)] / \alpha_p \approx \frac{1}{\alpha_p}$  : 유효거리,  $\frac{g_R}{A_{eff}}$  : 라만이득 효율,  $g_R$  : 라만이득 상수,  $A_{eff}$  : 펌프의 유효 core 면적,  $P_p(z), P_s(0)$  : 거리 z지점에서 펌프 광과 신호 광의 세기

이때의 라만 이득은 다음 식과 같다.<sup>[8]</sup>

$$G_A = \frac{P_s(L)}{P_s(0) \exp(-\alpha_s L)} = \exp(g_0 L) \quad (2.4)$$

$$\text{소 신호 이득; } g_0 = g_R \left( \frac{P_0}{A_{eff}} \right) \left( \frac{L_{eff}}{L} \right) \approx \frac{g_R P_0}{A_{eff} \alpha_p L} \quad (2.5)$$

### 2.3. 광섬유 라만 증폭기의 잡음

라만 증폭기에서의 잡음은 빛의 레일레이 산란 때문에 생기는 후방 ASE의 단독 레일레이 산란과 신호의 이중 레일레이 산란이 있으며, EDFA와는 달리 라만 산란의 응답 시간이 매우 짧기 때문에 생기는 펌프 및 신호간의 간섭과 신호들간의 간섭 혹은, 펌프 파워 자체의 흔들림에 따른 신호 광로의 흔들림이 있다.<sup>[9]</sup>

먼저 라만 증폭기가 도입된 시스템에서  $\zeta=z$ 인 지점에서, 단일 편광 상태에서의 ASE 잡음 파워 P-ASE는 다음과 같이 나타낸다.<sup>[9]</sup> (+, - 는 진행 방향을 나타낸다.)

$$P_{ASE+}(z) = \int_{\zeta=0}^z (1 + \eta_T) h\nu_s B_0 g_{ji}(\lambda_s, \lambda_p) P_f(\zeta) G(\zeta, z) d\zeta \quad (2.6)$$

$$P_{ASE-}(z) = \int_{\zeta=z}^L (1 + \eta_T) h\nu_s B_0 g_{ji}(\lambda_s, \lambda_p) P_f(\zeta) G(z, \zeta) d\zeta \quad (2.7)$$

또한, 후방 ASE의 단독 레일레이 산란과 신호의 이중 레일레이 산란은 다음 식으로 정리할 수 있다.<sup>[9]</sup>

$$P_{ASE-}^R(z) = \int_{\zeta=0}^z k P_{ASE-}(\zeta) G(\zeta, z) d\zeta \quad (2.8)$$

$$P_{DRS}(z) = P_{IN} G k^2 \int_{z'=0}^z G(0, z')^{-2} \int_{\zeta=z'}^L G(0, \zeta)^2 d\zeta dz' \quad (2.9)$$

여기서  $g_{ji}(\lambda_s, \lambda_p)$ 는 신호 파장  $\lambda_s$ 와 펌프 파장  $\lambda_p$ 사이의 라만 이득 효율 (WKm)<sup>-1</sup>을 나타내며,  $\eta_T$ 는 열 평형계수를 나타낸다.  $G(z_1, z_2)$ 는  $z_1$ 과  $z_2$ 사이에서의 Net Gain을,  $B_0$ 는 광 필터의 대역폭을,  $P_f(z)$ 는 거리  $z$ 지점에서의 펌프 파워를 나타낸다. 또한  $k$ 는 레일레이 후방산란계수를 나타낸다.

광섬유 라만 증폭기에서 신호 자체에서 발생하는 잡음으로는 interchannel crosstalk나, 라만 이득을 통해서 펌프에서 신호로 직접 잡음 영향을 미치는 펌프-신호의 crosstalk 및 신호가 라만 펌프를 고갈 시킬 정도로 클 경우, 펌프의 흔들림이 다시 신호에 영향을 미치게 되는 신호-펌프-신호 crosstalk 등이 있는데, 이러한 crosstalk은 신호 광과 펌프 광을 서로 반대로 보내는 구조에서 averaging 효과를 통해 해결할 수 있다.<sup>[9,10]</sup>

## III. 라만방정식의 적분형 전개와 수치해석 알고리즘

### 3.1. 유도거리를 이용한 적분형 전개

최근 라만 이득을 생각할 때 가장 결정적인 요소는 SRS에 의한 펌프와 펌프사이의 상호작용, 펌프와 신호사이의 상호작용 및 파장에 따른 광섬유 내에서의 손실이라는 연구가 발표되었고, 이를 기반으로 한 라만 증폭기 해석법이 널리 사용되고 있다.<sup>[11,12,13,14]</sup> 이 사실에 기초하여, ASE와 레일레이 산란을 제외하고 펌프 고갈이 없는 영역에서, 광섬유 내에서 일어나는 라만 프로세싱은 다음과 같이 표현할 수 있다.<sup>[13,14]</sup>

$$\pm \frac{dP_i}{dz} = -\alpha_i P_i + \sum_{j=1}^{M+N} g_{ji} P_j P_i \quad (3.1)$$

$$g_{ji} = \begin{cases} \frac{g_{r}(\nu_j - \nu_i)}{2A_{eff}} \left( \frac{\lambda_R}{\lambda_{P_j}} \right) & (\text{when, } j \leq i) \\ - \left( \frac{\nu_i}{\nu_j} \right) \frac{g_{r}(\nu_i - \nu_j)}{2A_{eff}} \left( \frac{\lambda_R}{\lambda_{P_j}} \right) & (\text{when, } j > i) \end{cases}$$

$P_i$ 와  $\alpha_i$ 는 각각  $i$ 번째 파장에서의 빛의 파워와 광섬유 내에서의 손실율,  $g_{ij}$ 는  $i$ 번째와  $j$ 번째 wave 사이의 라만 이득 계수를, M과 N은 각각 펌프 및 신호 광의 수를 나타낸다. 식 3.1을  $P_i$ 로 나누고  $z$ 에 대해 적분하면,

$$\begin{aligned} \int_0^z \left( \frac{1}{P_i} \frac{dP_i}{dz} \right) dz &= \int_0^z \left( \mp \alpha_i \pm \sum_{j=1}^{M+N} g_{ji} P_j \right) dz \\ &= \mp \alpha_i z \pm \left( \sum_{j=1}^{M+N} g_{ji} \int_0^z P_j dz \right) \\ P_i(z) &= P_i(0) \exp \left[ \mp \alpha_i z \pm \left( \sum_{j=1}^{M+N} g_{ji} \int_0^z P_j(\zeta) d\zeta \right) \right] \end{aligned} \quad (3.2)$$

와 같이 전개된다. 식 3.2를  $P_i(0)$ 로 양변을 나누고,  $z$ 에 대해서 한 번 더 적분하면, 아래와 같다.

$$\frac{\int_0^z P_i(\zeta) d\zeta}{P_i(0)} = \int_0^z \exp \left[ \mp \alpha_i \zeta \pm \left( \sum_{j=1}^{M+N} g_{ji} \int_0^\zeta P_j(\xi) d\xi \right) \right] d\zeta \quad (3.3)$$

유효거리의 정의,  $L_{eff-i}(z) = \int_0^z \frac{P_i(\zeta)}{P_i(0)} d\zeta$ 을 이용하여, 식 (3.3)을 재구성하면 적분형으로 바뀐다.

$$L_{eff-i}(z) = \int_0^z \exp \left[ \mp \alpha_i \zeta \pm \left( \sum_{j=1}^{M+N} g_{ji} P_j(0) L_{eff-j}(\zeta) \right) \right] d\zeta \quad (3.4)$$

식 (3.4)에 Picard's iteration method를 적용하면, 일반적인 형태로 다음과 같이 정리할 수 있다.<sup>[4]</sup>

$$L_{eff-i}^{(n)}(z) = \int_0^z \exp \left[ \mp \alpha_i \zeta \pm \left( \sum_{j=1}^{M+N} g_{ji} P_j^{(n-1)}(0) L_{eff-j}^{(n-1)}(\zeta) \right) \right] d\zeta \quad (3.5)$$

연속적인 적분 계산을 위해서,  $n$ 번 계산 반복 이후  $i$ 번째 파장에서의 유효거리는 전체 광섬유의 길이를 단위 간격  $\Delta z$ 로 적당히 나누워서 표현한  $k$ 번째의 지점,  $z_k$ 을 이용하여 벡터와 매트릭스로 표현할 수 있다.

$$L_{eff-i}^{(n)}(\vec{z}_k) = \exp \left[ \mp \alpha_i \vec{z}_k \pm \left( \vec{g}_{ji} \vec{P}_j^{(n-1)}(0) \cdot \vec{L}_{eff-j}^{(n-1)}(\vec{z}_k) \right) \cdot \vec{T}_{trig} \cdot \Delta z \right] \quad (3.6)$$

각각의 벡터와 매트릭스는 아래와 같다.

$$\vec{z}_k = [0 \quad \Delta z \quad 2 \cdot \Delta z \quad 3 \cdot \Delta z \quad \dots \quad L - \Delta z \quad L]$$

$$L_{eff-i}^{(n)}(\vec{z}_k) = [L_{eff-i}^{(n)}(0) \quad L_{eff-i}^{(n)}(\Delta z) \quad L_{eff-i}^{(n)}(2\Delta z) \quad \dots \quad L_{eff-i}^{(n)}(L)]$$

$$\vec{g}_{ji} \vec{P}_j^{(n-1)th}(0) = \left[ g_{11} P_1^{(n-1)th}(0) \quad g_{21} P_2^{(n-1)th}(0) \quad g_{31} P_3^{(n-1)th}(0) \quad \dots \quad g_{M+N,1} P_{M+N}^{(n-1)th}(0) \right]$$

$$\vec{L}_{eff-j}^{(n-1)th}(\vec{z}_k) = \begin{bmatrix} L_{eff-1}^{(n-1)th}(0) & L_{eff-1}^{(n-1)th}(\Delta z) & L_{eff-1}^{(n-1)th}(2\Delta z) & \dots & L_{eff-1}^{(n-1)th}(L) \\ L_{eff-2}^{(n-1)th}(0) & L_{eff-2}^{(n-1)th}(\Delta z) & L_{eff-2}^{(n-1)th}(2\Delta z) & \dots & L_{eff-2}^{(n-1)th}(L) \\ L_{eff-3}^{(n-1)th}(0) & L_{eff-3}^{(n-1)th}(\Delta z) & L_{eff-3}^{(n-1)th}(2\Delta z) & \dots & L_{eff-3}^{(n-1)th}(L) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{eff-M+N}^{(n-1)th}(0) & L_{eff-M+N}^{(n-1)th}(\Delta z) & L_{eff-M+N}^{(n-1)th}(2\Delta z) & \dots & L_{eff-M+N}^{(n-1)th}(L) \end{bmatrix},$$

$$\vec{T}_{trig} = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & \dots & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1/2 \end{bmatrix}$$

또한, 잘 알려졌듯이 특정 파장에서의 라만 이득은 아래의 식 3.7과 같이 나타난다.<sup>[16]</sup>

$$G_i = \sum_{j=1}^{M+N} g_{ji} \cdot L_{eff-j}(L) \cdot P_j(0) \quad (3.7)$$

식 3.7에서 모든 펌프 및 신호 광의 파워  $P_j(0)$ 을 개별적인 벡터 요소로 생각하면 식 3.7을 아래와 같은 매트릭스 형태로 만들 수 있다.

$$\vec{G} = \vec{T} \times \vec{P} \quad (3.8)$$

이득 벡터, 트랜스퍼 매트릭스 및 파워 벡터는 각각 다음과 같다.

$$\vec{G} = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ \vdots \\ G_{M+N} \end{bmatrix},$$

$$\vec{T} = \begin{bmatrix} g_{11} L_{eff-1}(L) & g_{21} L_{eff-2}(L) & \dots & g_{(M+N)1} L_{eff-M+N}(L) \\ g_{12} L_{eff-1}(L) & g_{22} L_{eff-2}(L) & \dots & g_{(M+N)2} L_{eff-M+N}(L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{1(M+N)} L_{eff-1}(L) & g_{2(M+N)} L_{eff-2}(L) & \dots & g_{(M+N)(M+N)} L_{eff-M+N}(L) \end{bmatrix},$$

$$\vec{P} = \begin{bmatrix} P_1(0) \\ P_2(0) \\ \vdots \\ P_{M+N}(0) \end{bmatrix}$$

위의 유도한 공식을 통해서 모든 신호광과 펌프 광에 대한 라만 이득 값을 복잡한 라만 증폭기 상관된 상미분방정식(coupled ordinary differential equation)의 계산 절차 없이 간단한 매트릭스 곱 계산의 형태로 쉽게 구할 수 있다.

### 3.2. 수치해석 알고리즘

다음에 제시하는 3단계 과정은 라만 증폭기의 성능을 효율적으로 예측하고 분석하기 위한 수치해석 알고리즘으로 3.1에서 유도한 analytic 공식 3.6과 3.8을 numerical한 영역에 적용하여 단 한 번의 매트릭스 연산과정을 통해서 전체 광섬유 길이에서의 라만 이득 및 신호, 펌프 광의 진행정도를 얻는 과정이다. 그림 3은 수치해석 알고리즘을 이해하기 쉽도록 나타낸 것이다.

#### • 제 1 단계 : 초기 값 설정과 첫 번째 연산과정식

3.6의 항  $g_{ji} P_j(0) L_{eff-j}(\vec{z}_k)$ 을 순차적인 매트릭스 연산과정의 변수로 사용하고, 초기 연산과정에서 이 값을 0으로 계산한다. 동시에 초기 연산 유효거리인 광섬로의 길이에 관한 함수  $\tilde{L}_{eff-j}^{0th} = \frac{[1 - \exp(-\alpha_p L)]}{\alpha_p}$ 에서 얻을 수 있다. 한편 순방향 및 역방향으로 진행되는 빛들을 트랜스퍼 매트릭스에서 계산이 쉽도록, 그림 3처럼  $z=L$  위치에서 들어온 순방향의 빛들(그림 3의 왼쪽에서 오른쪽으로 진행되는 빛)은 마치  $z=0$ 인 지점에서 인가되어 역방향으로 진행되는(그림 3의 오른쪽에서 왼쪽으로 진행되는) 빛처럼 옮겨준다.<sup>[13,14]</sup> 위의 환경을 만들기 위해 역방향과 양방향 펌핑구조의 라만 증폭기에서  $z=0$ 인 지점의 초기 신호 광 파워( $\vec{P}_{sig}^{0th}(0)$ )는 ( $\vec{P}_{sig}^{0th}(0) = \vec{P}_{sig}^{0th}(L)$ - |광섬유에서의 손실|)로,  $z=0$ 인 지점의 초기 펌프 광 파워 ( $\vec{P}_{F.P}^{0th}(0)$ )는 ( $\vec{P}_{F.P}^{0th}(L)$ - |광섬유에서의 손실|)로 각각 계산한다. 이 때 초기  $z=L$ 인 지점의 신호 광과 펌프광의 파워  $\vec{P}_{sig}^{0th}(L)$ ,  $\vec{P}_{F.P}^{0th}(L)$ 는 초기 조건에 의해서 이미 알려진 값이다. 그림 3에서 쉽게 설명되어진 것처럼 순방향 펌핑구조의 경우는 두 광의 진행 방향이 같기 때문에 초기에 주어진 입력 신호 광 파워,  $\vec{P}_{sig}^{0th}(0)$ 과 펌프 광 신호,  $\vec{P}_{F.P}^{0th}(0)$ 을 그대로 사용하면 된다. 여기서 이러한 초기 값의 설정은 순방향으로 진행되는 신호 광과 펌프 광의  $g_{ji} P_j(0) L_{eff-j}$  크기가 역방향으로 진행되는 펌프 광의 값에 비해 훨씬 작기 때문에 알고리즘 상의 오차는 매우 작게 된다( $\vec{P}_{sig}^{0th}(L)$ ,  $\vec{P}_{F.P}^{0th}(0) \ll \vec{P}_{B.P}^{0th}(0)$ ).

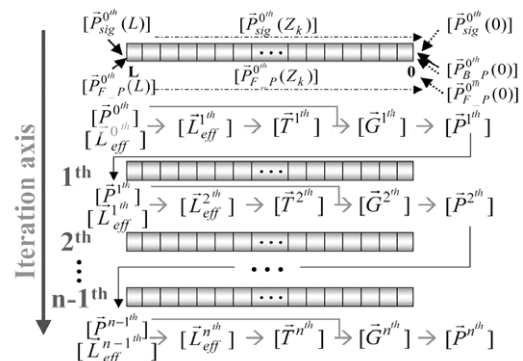


그림 3. 새롭게 제안한 라만 증폭기 수치해석 알고리즘 개념도.

• 제 2 단계 : 유효거리, 트랜스퍼 매트릭스, 라만 이득과 신호 및 펌프 광의 초기 값 보정

제 1 단계를 통해서 설정한  $\vec{P}^{0^{th}}(0)$ 과  $\tilde{L}_{eff-i}^{0^{th}}$ 을 식 3.6에 대입하여 첫 번째 예상 유도 거리,  $\tilde{L}_{eff-i}^{1^{th}}$ 을 계산한다. 얻어진  $\tilde{L}_{eff-i}^{1^{th}}$ 으로부터 트랜스퍼 매트릭스  $\tilde{T}^{1^{th}}$ 을 구한 후, 초기 값  $\vec{P}^{0^{th}}(0)$ 과 함께 식 3.8에 대입하여 라만 이득  $\vec{G}^{1^{th}}$ 을 얻는다. 최종적으로 역방향 및 양방향 펌핑구조의 첫 번째 목표 해인  $\vec{P}^{1^{th}}(0)$ 을 구하기 위해서 라만 이득을 고려하여 초기 신호 광의 파워,  $\vec{P}_{sig}^{1^{th}}(0)$ 과 펌프 광의 파워,  $\vec{P}_{F-P}^{1^{th}}(0)$ 을 각각 ( $\vec{P}_{sig}^{1^{th}}(0) = \vec{P}_{sig}^{1^{th}}(L) - |\text{광섬유에서의 손실}| + \vec{G}^{1^{th}}$ )과 ( $\vec{P}_{F-P}^{1^{th}}(0) = \vec{P}_{F-P}^{1^{th}}(L) - |\text{광섬유에서의 손실}| + \vec{G}^{1^{th}}$ )으로 보정한다. 첫 번째 계산 이후 점점 보다 정확한 라만 이득과 목표 해를 얻기 위해서 그림 3처럼 "iteration axis"를 따라 연산 과정을 반복한다.

• 제 3 단계 : 반복계산 및 라만 이득 도출

제 2단계에서의 과정을 순차적으로 반복함으로써  $\tilde{L}_{eff-i}^{N^{th}}$ ,  $\tilde{T}^{N^{th}}$ ,  $\vec{G}^{N^{th}}$ ,  $\vec{P}^{N^{th}}(0)$ 에서 점점 높은 차수의  $\tilde{L}_{eff-i}^{N^{th}}$ ,  $\tilde{T}^{N^{th}}$ ,  $\vec{G}^{N^{th}}$ ,  $\vec{P}^{N^{th}}(0)$ 을 얻을 수 있다. 그리하여 최종적으로 구하고자 했던 정확히 수렴된 라만 이득을 얻을 수 있다.

IV. 모의실험 결과 및 성능분석

라만 증폭기의 이득을 예측하고 잡음 특성을 분석하기 위해서 제안한 라만 증폭기 모델링과 수치해석 알고리즘을 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였으며, 그 결과를 기존의 Average power method 방법<sup>[3]</sup>으로 구한 결과와 비교하여 타당성을 입증하였다. 그림 4는 순방향, 역방향 및 양방향 펌핑구조에서의 라만 증폭기 모델을 나타낸다.

시뮬레이션에서 사용한 신호 및 펌프 광의 구성은 그림 4에 표기한 것과 같으며, 각 채널 별 신호 광은 -13 dBm을 사용하였다. 라만 증폭 매질로는 이득 계수가 큰 DSF(Dispersion Shifted Fiber) 37 km를 사용하였으며, 라만 이득 및 신

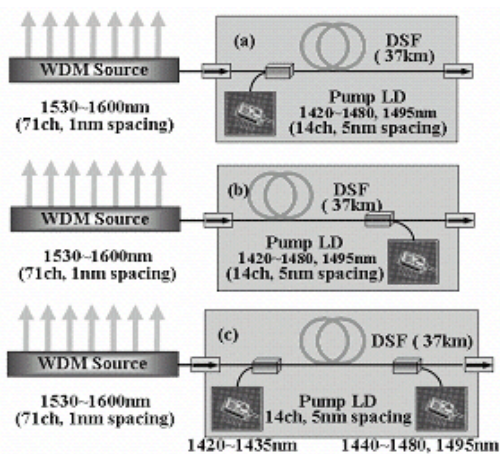


그림 4. 라만 증폭기 모델 (a)순방향 (b)역방향 (c)양방향 펌핑.

호, 펌프 광의 파워 크기 측정을 위해서 매 100 m 마다 계산 값을 표시하도록 하였다. 또한, 식 2.6-9까지의 식을 멀티채널의 펌핑일 때로 활용하였다. 라만 잡음 요소들을 계산하기 위해 후방 레일라이 산란 상수,  $k=6 * 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ 로, 재흡수 계수(recapture fraction)는 온도,  $T=300 \text{ K}$ 에서  $10^{-3}$ 로, 분해능(resolution) 대역폭은 0.5 nm를 사용하였다.

그림 5.(a)~(c)는 순방향, 역방향 및 양방향 펌핑구조 라만 증폭기에서 정확히 수렴하는 라만 이득(of/off Gain)을 나타낸다. 그림에서 여러 가지 선으로 나타난 결과가 반복 횟수가 증가되면서 새롭게 제안한 알고리즘의 결과이고, 굵은 점으로 표시된 것이 기존의 해석 방법이었던 Average power method에 의한 결과이다. 그림에서 알 수 있듯이 프로세스의 진행 횟수가 증가할수록 라만 이득이 좀 더 정확히 수렴된 값에 도달하며, 6번째 반복 이후에는 반복에 따른 수렴 정도의 개선이 0.002 dB미만으로 매우 작다. 이것은 6번 정도의 반복횟수로 충분히 정확하게 수렴함을 시사한다. 또한 제안한 알고리즘의 6번 수렴과정 이후, Average power method와

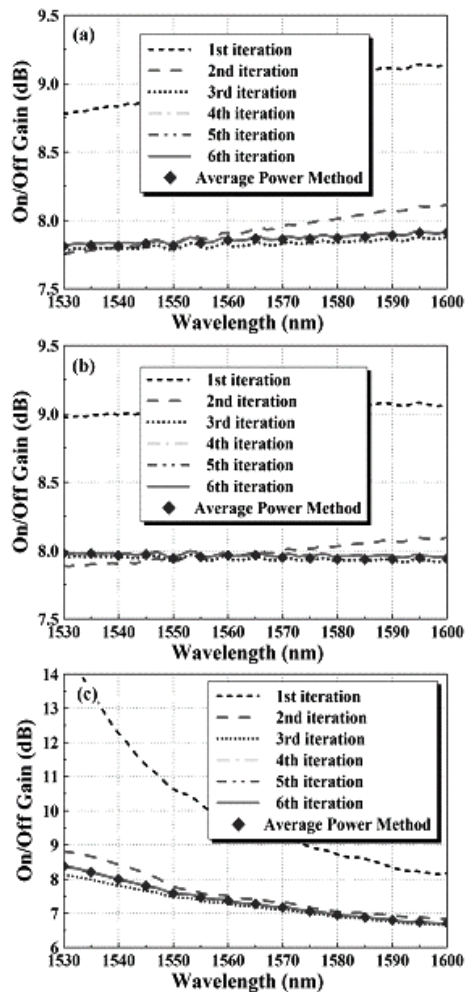


그림 5. 라만 증폭기에서의 라만 이득 (a)순방향, (b)역방향, (c)양방향 펌핑구조.

의 라만 이득 차이는 0.03 dB 이내로 두 가지 알고리즘에서의 라만 이득은 거의 일치한다. 반면에 제안한 알고리즘에서 각 펌핑구조에서의 정확한 라만 이득과 신호 광과 펌프광의 전체 광섬유 내에서의 파워 진행 분포를 계산하는데 필요한 계산 시간은 전체 1초 이내로 매우 빠르다(분해능은 100m간격으로 매우 세밀하며 사용한 PC는 일반 펜티엄4 CPU 2.0 GHz임). 계산의 효율성을 비교하기 위해서 ASE와 레일레이 산란이 없는 동일한 환경에서 Average power method(분해능은 1.85 Km, 수렴 만족 반복횟수는 4회, 온도 300K에서 4차 Runge-Kutta방법)의 계산 시간은 100배 이상이 필요하다.

그림 6.(a)~(c)는 각 펌핑구조에서 다양한 신호파장에 따른 신호 광 파워의 거리에 따른 진행과정을 나타낸다. 그림에 나타나듯이 두 방법에서의 정확한 일치하는 제안한 알고리즘의 정당성을 입증한다. 해석법은 라만 이득과 동일하다. 순방향 펌핑구조에서의 신호는 앞부분(광섬유의 시작부분)에서 라만 이득을 많이 얻어 신호가 먼저 증폭되며, 역방향 펌핑 구조에서는 광섬유 손실에 의해 광 파워가 감소하다가 후방

증폭효과로 잡음이 많은 부분까지 떨어지지 않고 서서히 증폭된다. 양방향 펌핑구조는 앞의 두 가지 경우를 다 겪기 때문에 결과처럼 먼저 증폭되었다가 내려오면서 다시 증폭되는 형태의 진행을 보인다.

그림 7.(a)~(d)는 얻어진 신호 광의 거리에 따른 파워의 진행정도를 이용하여 역방향 펌핑구조 라만 증폭기에서의 여러 가지 잡음 요소들을 분석한 것이다. 구체적인 분석은 2.3에서 설명한 식 2.6-9<sup>[9]</sup>를 활용하였다. 그림 7. (a)은 10번의 반복을 통해서 얻은 전방 ASE power로 ASE와 레일레이 산란을 모두 포함한 Average power method와 ASE를 고려한 제안 방법의 결과가 일치하였으며, 그림 7. (b)은 멀티펌핑구조에서 이득 포화이후 후방 ASE의 감소하는 모습을 나타내는 것으로 두 방법의 상대적인 이득 차이가 10번 수렴 이후에도 0.03 dB 이내로 남아있다. 다른 펌핑구조에서도 전체적인 잡음 경향성은 비슷하다.

그림 5~7에 나타난 결과를 통해서 알 수 있듯이, 새롭게 제안한 알고리즘이 기존의 연구와 정확도 면에서 최대 오차

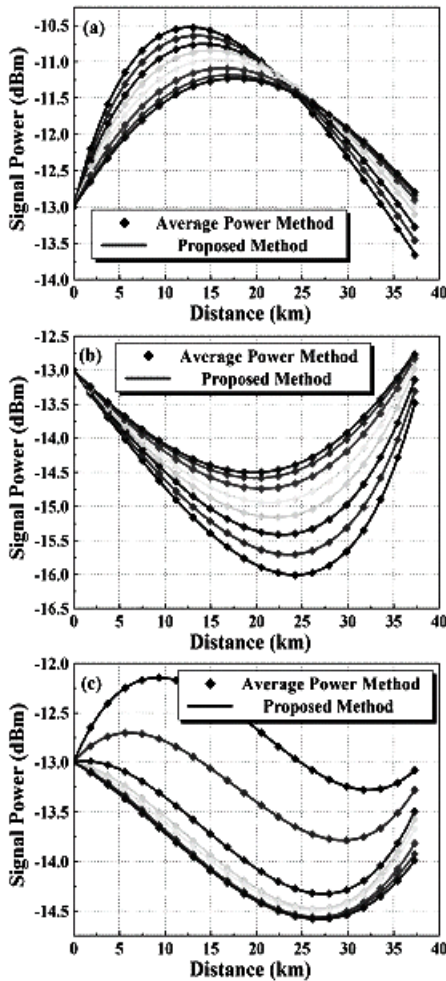


그림 6. 라만 증폭기에서의 신호 광의 진행과정 (a)순방향, (b)역방향, (c)양방향 펌핑구조.

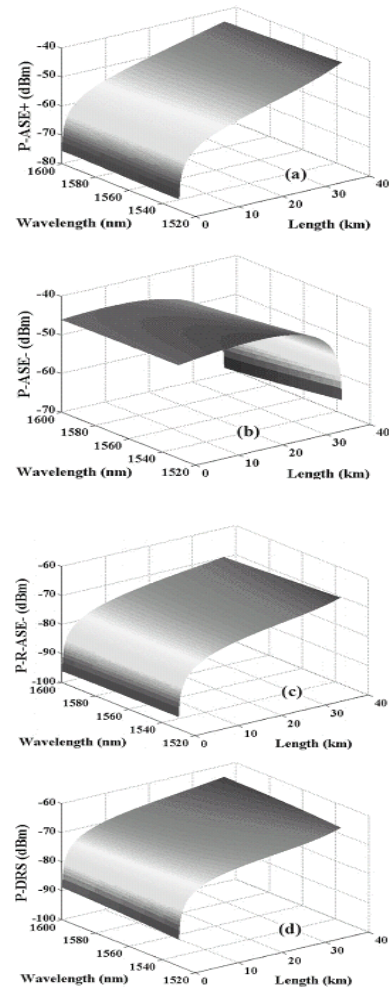


그림 7. 라만 잡음 요소 (a)순방향 ASE, (b)역방향 ASE, (c)역방향 ASE의 레일레이 산란, (d)신호의 이중 레일레이 산란.

0.03 dB 이내로 정확하며, 보다 세밀하고 정확한 분해능에서  $10^2$ 이상의 빠른 계산속도 구할 수 있는 것은 구하고자 하는 목표 값들을 “fiber propagation axis”를 따라 구하지 않고 “iteration axis”를 따라 구했기 때문이다. 위의 결과들은 기존의 빨라진 라만 증폭기 모델링 및 수치해석 알고리즘에 비해서 새롭게 제안한 방법이 동일한 정도의 정확도에서 보다 세밀하게 훨씬 더 빨리 라만 증폭기의 성능을 예측할 수 있음을 시사한다. 따라서 새롭게 제안한 라만 증폭기 알고리즘은 실제 광통신 시스템 전체를 구성하기에 앞서 라만 증폭기의 이득과 잡음 특성을 바로 예측할 수 있는 실용적인 방법으로 사용될 수 있을 것이다.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 라만 증폭기의 이득 예측과 잡음 분석을 위한 새로운 라만 증폭기 모델링과 수치해석 알고리즘을 제시하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통해서 기존의 모델링 방법과 결과를 비교함으로써 제시한 알고리즘의 타당성과 효율성을 입증하였다. 광대역 광통신망의 필요와 이를 충족시킬 수 있는 광섬유 라만 증폭기의 관심이 고조되면서 최적의 시스템 설계를 위해 라만 증폭기의 성능을 예측하고 미리 분석하는 노력들이 많이 이루어져왔다. 그러나 기존의 연구들은 라만 증폭기의 상관된 상미분방정식을 “fiber propagation axis”를 따라 직접 풀었기 때문에 정확한 성능예측을 하는데 상당히 많은 시간이 소요되었고, 그에 따라 실제 시스템에서의 적용이 어려웠다.

따라서 본 연구에서는 이러한 예측 시간상의 문제점을 해소하기 위해 상관된 상미분 방정식을 그대로 사용하지 않고, 유효거리의 정의를 도입하여 연속적인 적분형 방정식으로 전개하였으며, 빠른 계산을 위해 라만 방정식과 라만 이득을 매트릭스와 벡터 형태로 공식화하였다. 그리하여 라만 이득을 변수로 사용하여 “iteration axis”를 따라 해를 구함으로써 기존의 연구였던 Average power method와 동일한 수준의 정확도 및 보다 향상된 정밀도에서 100여배 빠른 속도로 광섬유 라만 증폭기의 성능을 예측할 수 있었다. 새롭게 제안한 방식은 유효거리를 보정함으로써 한 번에 전체 광섬유 내에서의 신호 광과 펌프 광의 파워를 계산하는 방식이기 때문에 실제 시스템에서 사용할 광섬유 길이가 길어져도 기존의 방법보다 훨씬 효율적으로 성능을 예측할 수 있다. 따라서 실제 라만 증폭기가 도입된 광통신 시스템에서 적극 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

#### 참고문헌

[1] M. N. Islam, “Raman Amplifier for Telecommunications,” *IEEE J. Selected Topics in Quantum Electron.*, vol. 8, no. 3, pp. 548-559, 2002.  
 [2] H. Kidorf, K. Rottwitt, M. Nissov, M. Ma, and E. Rabari-

jaona, “Pump Interactions in a 100-nm Bandwidth Raman Amplifier,” *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 11, no. 5, pp. 530-532, 1999.  
 [3] B. Min, W. J. Lee, and N. Park, “Efficient Formulation of Raman Amplifier Propagation Equations with Average Power Analysis,” *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 12, no. 11, pp. 1486-1488, 2000.  
 [4] J. Park, P. Kim, J. Park, H. Lee, and N. Park, “Closed Integral Form Expansion of Raman Equation for Efficient Gain Optimization Process,” *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 16, no. 7, 2004.  
 [5] L. K. Choi, P. Kim, J. Park, J. Park, and N. Park, “Adiabatic, closed-form approach to the highly efficient analysis of a fiber Raman amplifier problem,” *OSA Optics Lett.*, vol. 30, no. 2, 2005.  
 [6] M. N. Islam, “Overview of Raman Amplification in Telecommunications,” in *Raman Amplifiers for Telecommunications I* M. N. Islam, ed., (Springer, New York, USA, 2004), pp. 1-34.  
 [7] S. Namiki and Y. Emori, “Ultrabroad-Band Raman Amplifiers Pumped and Gain-Equalized by Wavelength-Division-Multiplexed High-Power Laser Diodes,” *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 7, no. 1, pp. 3-16, 2001.  
 [8] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*. 2nd ed., (Academic, San Diego, USA, 1995), pp. 316-369.  
 [9] K. Rottwitt and A. J. Stentz, “Raman Amplification in Lightwave Communication Systems,” in *Optical Fiber Telecommunications IVA*, I. P. Kaminow and L. Tingye, ed., (Academic, San Diego, USA, 2002), pp. 213-257.  
 [10] N. Anders Olsson and J. Hegarty, “Noise Properties of a Raman Amplifier,” *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. LT-4, no. 4, pp. 396-399, 1986.  
 [11] M. Rini, I. Cristiani, and V. Degiorgio, “Numerical Modeling and Optimization of Cascaded CW Raman Fiber Lasers,” *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 36, no. 10, pp. 1117-1122, 2000.  
 [12] M. Yan, J. Chen, W. Jiang, J. Li, J. Chen, and X. Li, “Automatic Design Scheme for Optical-Fiber Raman Amplifiers Backward-Pumped With Multiple Laser Diode Pumps,” *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 13, no. 9, pp. 948-950, 2001.  
 [13] V. E. Perlin and H. G. Winful, “Optimal Design of Flat-Gain Wide-Band Fiber Raman Amplifiers,” *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 20, no. 2, pp. 250-254, 2002.  
 [14] V. E. Perlin and H. G. Winful, “On Distributed Raman Amplification for Ultrabroad-Band Long-Haul WDM systems,” *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 20, no. 3, pp. 409-416, 2002.  
 [15] L. K. Choi, J. Park, P. Kim, J. Park, and N. Park, “Closed Integral form Expansion of Raman Equation and Its Iteration Method for Highly Efficient Raman Amplifier Analysis,” *OptoElectronics and Communications Confere-*

nce 2004, Yokohama, Japan, 13P-85, 2004.

- [16] P. Kim, J. Park, H. Yoon, J. Park, and N. Park, "In-situ Design Method for Multi-channel Gain of Distributed Raman Amplifier with the multi-wave OTDR," in *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol.14, no.12, pp. 1683-1685, 2002.
- [17] N. Newbury, "Full Wavelength Dependence of Raman Gain in Optical Fibers: Measurements Using a Single Pump Laser," in *Optical Fiber Communication Technical Digest*. vol 1, 309, 2003.



## Closed Integral Form Expansion for the Highly Efficient Analysis of Fiber Raman Amplifier

Lark Kwon Choi<sup>†</sup>

*Multimedia Technology Development Team, Market & Technology Laboratory, KT, Seoul 137-792, KOREA*

<sup>†</sup>*E-mail: nkpark@plaza.snu.ac.kr*

Jae hyoung Park · Pil han Kim · Jong han Park and Nam kyoo Park

*Optical Communication Systems Laboratory, School of EECS, Seoul National University, Seoul 151-742, KOREA*

(Received June 17, 2005, Revised manuscript June 13, 2005)

The fiber Raman amplifier(FRA) is a distinctly advantageous technology. Due to its wider, flexible gain bandwidth, and intrinsically lower noise characteristics, FRA has become an indispensable technology of today. Various FRA modeling methods, with different levels of convergence speed and accuracy, have been proposed in order to gain valuable insights for the FRA dynamics and optimum design before real implementation. Still, all these approaches share the common platform of coupled ordinary differential equations(ODE) for the Raman equation set that must be solved along the long length of fiber propagation axis. The ODE platform has classically set the bar for achievable convergence speed, resulting exhaustive calculation efforts. In this work, we propose an alternative, highly efficient framework for FRA analysis. In treating the Raman gain as the perturbation factor in an adiabatic process, we achieved implementation of the algorithm by deriving a recursive relation for the integrals of power inside fiber with the effective length and by constructing a matrix formalism for the solution of the given FRA problem. Finally, by adiabatically turning on the Raman process in the fiber as increasing the order of iterations, the FRA solution can be obtained along the iteration axis for the whole length of fiber rather than along the fiber propagation axis, enabling faster convergence speed, at the equivalent accuracy achievable with the methods based on coupled ODEs. Performance comparison in all co-, counter-, bi-directionally pumped multi-channel FRA shows more than 102 times faster with the convergence speed of the Average power method at the same level of accuracy(relative deviation < 0.03dB).

OCIS Codes : 060.0060, 250.4480, 190.5650, 290.5910 and 220.4830.